

Κλάσματα

Υπενθυμίζουμε ότι μπορώ να προσθέσω και να αφαιρέσω μόνο ομώνυμα κλάσματα, δηλαδή όσα έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Αν τα κλάσματα είναι ετερόνυμα, τότε τα μετατρέπω σε ομώνυμα και έπειτα κάνω την πράξη της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης ανάλογα.

Μετατροπή ομώνυμων κλασμάτων σε ετερόνυμα

Ακολουθώ τα εξής βήματα:

- Βρίσκω το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)** των παρονομαστών.
- Γράφω στο ημικύκλιο (καπελάκι), πάνω από τον αριθμητή του κλάσματος, τον αριθμό εκείνο που, αν τον πολλαπλασιάσω με τον παρονομαστή, μου δίνει το Ε.Κ.Π.
- Πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους του κλάσματος (αριθμητή και παρονομαστή) με τον αριθμό που είναι στο "καπελάκι".
- Τα ισοδύναμα κλάσματα που προκύπτουν έχουν τον ίδιο παρονομαστή, δηλαδή είναι ομώνυμα.

Για παράδειγμα, θέλω να μετατρέψω τους αριθμούς $\frac{2}{4}$, $\frac{5}{6}$

και $\frac{3}{8}$ σε ομώνυμα κλάσματα.

$\frac{6}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{3}$
$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{8}{3}$
↓	↓	↓
$\frac{12}{24}$	$\frac{20}{24}$	$\frac{9}{24}$

Πώς βρίσκω το Ε.Κ.Π.

Αρχικά, **πολλαπλάσια** ενός αριθμού είναι οι αριθμοί που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε αυτόν τον αριθμό με άλλους. π.χ. $1 \cdot 3 = 3$, $2 \cdot 3 = 6$, $3 \cdot 3 = 9$, $3 \cdot 4 = 12$ κ.ο.κ.

Κοινά πολλαπλάσια 2 ή περισσότερων αριθμών είναι τα πολλαπλάσια τα οποία είναι ίδια σε όλους τους αριθμούς.

Πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι οι αριθμοί που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε αυτόν τον αριθμό με άλλους.

Π.χ.
 $1 \times 5 = 5$, $2 \times 5 = 10$, $3 \times 5 = 15$, $4 \times 5 = 20$



Κοινά πολλαπλάσια (Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι τα πολλαπλάσια τα οποία είναι ίδια σε όλους τους αριθμούς.

Π.χ.

Θέλουμε να βρούμε τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 3 που είναι μικρότερα από το 20.

$P_2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20$.

$P_3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18$

Τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 3, που είναι μικρότερα από το 20, είναι τα 6, 12 και 18 ή Κ.Π. $(2, 3) = 6, 12, 18$.



Δεν μπορούμε να υπολογίσουμε τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών. Είναι πάρα πολλά (άπειρα).

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών.

Στο παραπάνω παράδειγμα το Ε.Κ.Π των αριθμών 2 και 3 είναι το 6 ή Ε.Κ.Π. $(2, 3) = 6$.

Πώς βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των δύο ή περισσότερων αριθμών

Α' ΤΡΟΠΟΣ

✎ Βρίσκουμε πρώτα πολλαπλάσια των αριθμών.

Π.χ.: τα πολλαπλάσια των αριθμών 4 και 6.

$P_4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36 \dots$

$P_6 = 6, 12, 18, 24, 30 \dots$

✎ Επιλέγουμε τα κοινά πολλαπλάσια.

$P_4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36 \dots$

$P_6 = 6, 12, 18, 24, 30 \dots$

Κ.Π. $(4, 6) = 12, 24 \dots$

Το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια είναι το Ε.Κ.Π., δηλαδή το 12.

Β' ΤΡΟΠΟΣ

☞ Γράφουμε τους αριθμούς σε μία ευθεία γραμμή και δεξιά του τελευταίου τραβάμε μια κατακόρυφη γραμμή. Εξετάζουμε αν ένας ή περισσότεροι αριθμοί διαιρούνται με το 2 ακριβώς και γράφουμε το 2 δεξιά της γραμ-

20	4	12	6	2
10	2	6	3	2
5	1	3	3	3
5	1	1	1	5
1	1	1	1	

μής (αν δε διαιρείται κανείς, πάμε στο 3 κι αν δεν διαιρείται πάλι κανείς στο 5, μετά στο 7, στο 11...). Όσοι από τους αριθμούς διαιρούνται με το 2 γράφουμε κάτω από αυτούς τα ηλίκα. Όσοι αριθμοί δε διαιρούνται ακριβώς με το 2 τους κατεβάζουμε στη δεύτερη γραμμή.

☞ Στη δεύτερη γραμμή που βρήκαμε υπάρχουν αριθμοί που διαιρούνται με το 2. κάνουμε τα ίδια με τα προηγούμενα.

☞ Στην τρίτη γραμμή δεν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 2 ακριβώς. Εξετάζουμε αν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 3. Υπάρχει. Κάνουμε ό,τι και με το 2.

☞ Στην τέταρτη γραμμή δεν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 3. Εξετάζουμε αν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 5. Υπάρχει. Κάνουμε ό,τι και στην πρώτη γραμμή με το 2.

☞ Έτσι καταλήγουμε σε μια νέα γραμμή που όλα τα ηλίκα είναι μονάδες. Το Ε.Κ.Π. είναι το γινόμενο των αριθμών που βρίσκονται δεξιά της κατακόρυφης γραμμής:

$$\text{Ε.Κ.Π. } (20, 4, 12, 6) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Πηγή: <https://e-didaskalia.blogspot.com/2015/12/klasmata.html>

Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Αν έχω να πολλαπλασιάσω κλάσμα με αριθμό, πολλαπλασιάζω τον αριθμό με τον αριθμητή και παρονομαστή αφήνω τον

$$\text{παρονομαστή του κλάσματος. Π.χ. } 4 * \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$$

Αν έχω να πολλαπλασιάσω κλάσμα με κλάσμα, πολλαπλασιάζω τον αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή:

$$\text{Π.χ. } \frac{3}{5} * \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

Διαίρεση κλασμάτων

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό. Π.χ.

$$\frac{2}{8} : \frac{3}{9} = \frac{2}{8} * \frac{9}{3} = \frac{18}{24}$$

Ασκήσεις

1) Να υπολογιστούν τα γινόμενα και οι διαιρέσεις: $3 * \frac{4}{9}$, $\frac{5}{6} * \frac{2}{3}$,

$$\frac{8}{6} * \frac{3}{12}, \frac{5}{4} : \frac{6}{5}, \frac{3}{8} : \frac{4}{6}, \frac{2}{12} : \frac{5}{7}$$

2) Πόσα είναι τα $\frac{2}{3}$ των μαθητών μιας τάξης που έχει 24 μαθητές;

3) Τα $\frac{3}{5}$ του κιλού ενός μπουκαλιού κρασιού κοστίζουν 12 ευρώ.

Πόσο κοστίζει το 1 κιλό και πόσο τα $\frac{3}{4}$;

Λύση:

- Τα $\frac{3}{5}$ του κιλού ενός μπουκαλιού κρασιού κοστίζουν 12 ευρώ

Το $\frac{1}{5}$ του κιλού ενός μπουκαλιού κρασιού κοστίζει 4 ευρώ (12:3)

Τα $\frac{5}{5}$ του κιλού (δηλαδή όλο) ενός μπουκαλιού κρασιού κοστίζουν
20 ευρώ (4*5)

- Τα $\frac{4}{4}$ του κιλού(= $\frac{5}{5}$) κοστίζουν 20 ευρώ.

$$\text{Το } \frac{1}{4} \text{ του κιλού κοστίζει 5 ευρώ}(20:4)$$

$$\text{Τα } \frac{3}{4} \text{ του κιλού κοστίζουν 15 ευρώ}$$

4) Ένα παιδί κληρονόμησε από τον πατέρα του 50.000 ευρώ. Αν τα χρήματα αυτά αποτελούν τα $\frac{3}{8}$ της συνολικής περιουσίας του πατέρα, να υπολογιστεί πόση ήταν η συνολική περιουσία.

5) Να λυθούν οι παρακάτω κλασματικές παραστάσεις:

$$\text{Α)} \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8} \right) : \left(2 - \frac{4}{3} \right)$$

$$\text{Β)} 2 - \left(\frac{2}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) : \frac{4}{3}$$

$$\text{Γ)} 7 : \left(\frac{1}{2} + 4 - \frac{3}{6} \right)$$

$$\text{Δ)} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) * \left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4} \right)$$